

Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Разность кубов:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Сумма кубов:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Куб суммы:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Последние две формулы также часто удобно использовать в виде:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

Квадратное уравнение и формула разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\text{дискриминант} \quad D = b^2 - 4ac$$

Если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два корня, которые находят по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Согласно **Теореме Виета**, сумма и произведение корней квадратного уравнения

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет один корень (его кратность: 2), который ищется по формуле:

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$$

Если $D < 0$, то квадратное уравнение не имеет корней.

Основные свойства степеней:

$$a^{p+g} = a^p \cdot a^g$$

$$\frac{a^p}{a^g} = a^{p-g}$$

$$(a^p)^g = (a^g)^p = a^{p \cdot g}$$

$$\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad 1^n = 1$$

$$0^n = 0 \quad (n > 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Основные свойства математических корней:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Для арифметических корней:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

Последнее справедливо: если n – нечетное, то для любого a ; если же n – четное, то только при a больше либо равно нулю. Для корня нечетной степени выполняется также следующее равенство:

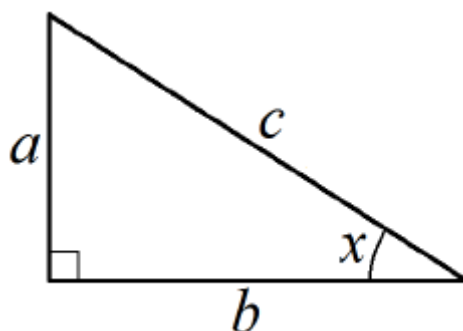
$$\sqrt[2n+1]{-x} = -\sqrt[2n+1]{x}$$

Для корня четной степени имеется следующее свойство:

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Тригонометрия

Пусть имеется прямоугольный треугольник:



Тогда, определение синуса:

$$\sin x = \frac{a}{c}$$

Определение косинуса:

$$\cos x = \frac{b}{c}$$

Определение тангенса:

$$\operatorname{tg} x = \frac{a}{b} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Определение котангенса:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{b}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \operatorname{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы двойного угла

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} \qquad \operatorname{ctg} 2x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{2 \operatorname{tg} x} = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}$$

Тригонометрические формулы сложения

Синус суммы:

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

Синус разности:

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

Косинус суммы:

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

Косинус разности:

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

Тангенс суммы:

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

Тангенс разности:

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

Котангенс суммы:

$$\operatorname{ctg}(x + y) = \frac{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} y + \operatorname{ctg} x}$$

Котангенс разности:

$$\operatorname{ctg}(x - y) = \frac{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} y - \operatorname{ctg} x}$$

Тригонометрические формулы преобразования произведения в сумму

Произведение синусов:

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

Произведение синуса и косинуса:

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x - y) + \sin(x + y))$$

Произведение косинусов:

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

Тригонометрические формулы преобразования суммы в произведение

Сумма синусов:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Разность синусов:

$$\sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Сумма косинусов:

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Разность косинусов:

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Сумма тангенсов:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

Разность тангенсов:

$$\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}$$

Сумма котангенсов:

$$\operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y+x)}{\sin x \cdot \sin y}$$

Разность котангенсов:

$$\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y-x)}{\sin x \cdot \sin y}$$

Формулы понижения степени

Формула понижения степени для синуса:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

Формула понижения степени для косинуса:

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

Формула понижения степени для тангенса:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Формула понижения степени для котангенса:

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

Формулы половинного угла

Формула половинного угла для тангенса:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$$

Формула половинного угла для котангенса:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$$

Таблица квадратов двухзначных чисел

[К оглавлению...](#)

		Десятки									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	0	0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
	1	1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
	2	4	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
	3	9	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
	4	16	196	576	1156	1936	2916	4096	5476	7056	8836
	5	25	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
	6	36	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
	7	49	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
	8	64	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
	9	81	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801